**Contoh Soal Persamaan Matematika dan Gradien Prediksi Keuntungan Tempat Wisata**

Sebuah manajemen tempat wisata ingin memprediksi keuntungan tahunan mereka berdasarkan beberapa faktor kunci. Mereka mengumpulkan data dan mengidentifikasi hubungan sebagai berikut:

* **Harga Tiket (x₁):** Setiap kenaikan Rp 1.000 pada harga tiket diperkirakan akan meningkatkan keuntungan sebesar Rp 5.000.000, dengan asumsi tidak ada penurunan signifikan dalam jumlah pengunjung.
* **Jumlah Mainan Anak (x₂):** Setiap penambahan satu jenis mainan anak yang menarik diperkirakan akan meningkatkan keuntungan sebesar Rp 2.500.000.
* **Wahana Air (x₃):** Keberadaan wahana air yang populer diperkirakan memberikan keuntungan tambahan sebesar Rp 15.000.000 per tahun. (Ini adalah variabel biner: 1 jika ada, 0 jika tidak).
* **Lokasi (x₄):** Lokasi yang strategis (misalnya, dekat pusat kota atau jalur utama) diperkirakan memberikan keuntungan tambahan sebesar Rp 10.000.000 per tahun. (Ini juga variabel biner: 1 jika strategis, 0 jika tidak).
* **Transportasi (x₅):** Ketersediaan transportasi umum yang mudah dijangkau ke lokasi wisata diperkirakan meningkatkan keuntungan sebesar Rp 7.500.000 per tahun. (Variabel biner: 1 jika mudah dijangkau, 0 jika tidak).

Manajemen saat ini memperkirakan keuntungan dasar (tanpa mempertimbangkan faktor-faktor di atas secara spesifik) sebesar Rp 50.000.000.

**Persamaan Keuntungan (P):**

Kita dapat memodelkan keuntungan (P) sebagai fungsi linear dari faktor-faktor tersebut:

P(x1​,x2​,x3​,x4​,x5​)=50.000.000+5.000.000x1​+2.500.000x2​+15.000.000x3​+10.000.000x4​+7.500.000x5​

**Gradien Keuntungan:**

Gradien dari fungsi keuntungan ini akan menunjukkan tingkat perubahan keuntungan terhadap perubahan setiap faktor secara individual. Gradien (∇P) adalah vektor dari turunan parsial fungsi P terhadap setiap variabel:

∇P=(∂x1​∂P​,∂x2​∂P​,∂x3​∂P​,∂x4​∂P​,∂x5​∂P​)

Menghitung turunan parsial:

* ∂x1​∂P​=5.000.000
* ∂x2​∂P​=2.500.000
* ∂x3​∂P​=15.000.000
* ∂x4​∂P​=10.000.000
* ∂x5​∂P​=7.500.000

Jadi, gradien keuntungan adalah:

∇P=(5.000.000,2.500.000,15.000.000,10.000.000,7.500.000)

Interpretasi gradien:

* Komponen pertama (Rp 5.000.000) menunjukkan bahwa setiap kenaikan Rp 1.000 pada harga tiket akan meningkatkan keuntungan sebesar Rp 5.000.000.
* Komponen kedua (Rp 2.500.000) menunjukkan bahwa setiap penambahan satu jenis mainan anak akan meningkatkan keuntungan sebesar Rp 2.500.000.
* Komponen ketiga (Rp 15.000.000) menunjukkan bahwa keberadaan wahana air akan meningkatkan keuntungan sebesar Rp 15.000.000.
* Komponen keempat (Rp 10.000.000) menunjukkan bahwa lokasi yang strategis akan meningkatkan keuntungan sebesar Rp 10.000.000.
* Komponen kelima (Rp 7.500.000) menunjukkan bahwa ketersediaan transportasi umum yang mudah dijangkau akan meningkatkan keuntungan sebesar Rp 7.500.000.

**Kode Python dengan SymPy:**

from sympy import symbols, diff

import numpy as np

import matplotlib.pyplot as plt

from mpl\_toolkits.mplot3d import Axes3D

# Definisikan simbol untuk variabel

x1, x2, x3, x4, x5 = symbols('x1 x2 x3 x4 x5')

# Definisikan persamaan keuntungan

P = 50000000 + 5000000\*x1 + 2500000\*x2 + 15000000\*x3 + 10000000\*x4 + 7500000\*x5

# Hitung gradien menggunakan SymPy

grad\_P = [diff(P, var) for var in [x1, x2, x3, x4, x5]]

print("Gradien Keuntungan:", grad\_P)

# Contoh nilai variabel untuk menghitung keuntungan pada titik tertentu

harga\_tiket = 5 # Dalam ribuan Rupiah

jumlah\_mainan = 3

ada\_wahana\_air = 1

lokasi\_strategis = 1

mudah\_transportasi = 1

keuntungan\_prediksi = P.subs({

x1: harga\_tiket,

x2: jumlah\_mainan,

x3: ada\_wahana\_air,

x4: lokasi\_strategis,

x5: mudah\_transportasi

})

print("Prediksi Keuntungan:", keuntungan\_prediksi)

# Visualisasi (hanya bisa memvisualisasikan hubungan antara dua variabel dan keuntungan)

# Kita akan memvisualisasikan pengaruh harga tiket (x1) dan jumlah mainan (x2) terhadap keuntungan

harga\_tiket\_range = np.linspace(0, 10, 100) # Rentang harga tiket dari 0 hingga 10 ribu

jumlah\_mainan\_range = np.linspace(0, 5, 100) # Rentang jumlah mainan dari 0 hingga 5

X1, X2 = np.meshgrid(harga\_tiket\_range, jumlah\_mainan\_range)

# Hitung keuntungan berdasarkan rentang harga tiket dan jumlah mainan (asumsi variabel lain konstan)

P\_values = np.array([[P.subs({x1: h, x2: j, x3: ada\_wahana\_air, x4: lokasi\_strategis, x5: mudah\_transportasi})

for h in harga\_tiket\_range] for j in jumlah\_mainan\_range])

# Buat plot 3D

fig = plt.figure(figsize=(10, 8))

ax = fig.add\_subplot(111, projection='3d')

surf = ax.plot\_surface(X1, X2, P\_values, cmap='viridis')

ax.set\_xlabel('Harga Tiket (ribu Rp)')

ax.set\_ylabel('Jumlah Mainan Anak')

ax.set\_zlabel('Keuntungan (Rp)')

ax.set\_title('Pengaruh Harga Tiket dan Jumlah Mainan terhadap Keuntungan')

fig.colorbar(surf, ax=ax, label='Keuntungan (Rp)')

plt.show()

# Visualisasi pengaruh satu variabel (misalnya harga tiket) terhadap keuntungan

harga\_tiket\_range\_1d = np.linspace(0, 10, 100)

P\_values\_1d = np.array([P.subs({x1: h, x2: jumlah\_mainan, x3: ada\_wahana\_air, x4: lokasi\_strategis, x5: mudah\_transportasi})

for h in harga\_tiket\_range\_1d])

plt.figure(figsize=(8, 6))

plt.plot(harga\_tiket\_range\_1d, P\_values\_1d)

plt.xlabel('Harga Tiket (ribu Rp)')

plt.ylabel('Keuntungan (Rp)')

plt.title('Pengaruh Harga Tiket terhadap Keuntungan (Variabel Lain Konstan)')

plt.grid(True)

plt.show()

**Penjelasan Kode:**

1. **Import Libraries:** Mengimpor symbols dan diff dari SymPy untuk perhitungan simbolik, numpy untuk operasi numerik, dan matplotlib.pyplot serta mpl\_toolkits.mplot3d untuk visualisasi.
2. **Definisikan Simbol:** Membuat simbol-simbol untuk setiap variabel yang relevan (x1, x2, x3, x4, x5).
3. **Definisikan Persamaan Keuntungan:** Menuliskan persamaan keuntungan berdasarkan model matematika yang telah dibuat.
4. **Hitung Gradien:** Menggunakan fungsi diff() dari SymPy untuk menghitung turunan parsial persamaan keuntungan terhadap setiap variabel, yang menghasilkan gradien.
5. **Contoh Prediksi Keuntungan:** Memberikan contoh nilai untuk setiap variabel dan menggunakan metode .subs() untuk menghitung prediksi keuntungan pada titik tersebut.
6. **Visualisasi (2 Variabel):** Karena kita memiliki 5 variabel, sulit untuk memvisualisasikan seluruh hubungan dalam satu grafik 3D. Kode ini memberikan contoh visualisasi pengaruh dua variabel (harga tiket dan jumlah mainan) terhadap keuntungan dengan asumsi variabel lain tetap konstan. np.meshgrid digunakan untuk membuat grid nilai dari kedua variabel, dan kemudian keuntungan dihitung untuk setiap titik grid. plot\_surface digunakan untuk membuat plot 3D.
7. **Visualisasi (1 Variabel):** Kode ini juga membuat plot 2D yang menunjukkan pengaruh satu variabel (harga tiket) terhadap keuntungan, dengan asumsi variabel lainnya konstan.

**Interpretasi Grafik:**

* **Grafik 3D:** Menunjukkan permukaan keuntungan sebagai fungsi dari harga tiket dan jumlah mainan. Kemiringan permukaan ini secara visual merepresentasikan komponen gradien yang terkait dengan kedua variabel tersebut. Semakin curam kemiringannya ke arah sumbu suatu variabel, semakin besar pengaruh variabel tersebut terhadap perubahan keuntungan.
* **Grafik 2D:** Menunjukkan hubungan linear antara harga tiket dan keuntungan (ketika variabel lain konstan), sesuai dengan koefisien positif dalam persamaan keuntungan.

Dengan menggunakan persamaan matematika, gradien, dan visualisasi ini, manajemen tempat wisata dapat lebih memahami bagaimana perubahan pada faktor-faktor kunci dapat mempengaruhi keuntungan mereka dan membuat keputusan yang lebih informatif.